

1. DESCRIPCIÓN DE LOS MECANISMOS

1.4. ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LOS MECANISMOS PLANOS POR MEDIO DEL MÉTODO GRÁFICO

1.4.1. LA CINEMÁTICA DE LOS MECANISMOS

El análisis cinemático de los mecanismos, es decir, *el estudio del movimiento de los eslabones sin tener en cuenta las fuerzas que condicionan el movimiento*, comprende básicamente la solución de los tres problemas siguientes:

- determinación de las posiciones y los desplazamientos de los eslabones y las trayectorias descritas por los puntos del eslabón,
- determinación de las velocidades de ciertos puntos de los eslabones y las velocidades angulares de los eslabones,
- determinación de las aceleraciones de ciertos puntos de los eslabones y las aceleraciones angulares de los eslabones.

Si el mecanismo posee un grado de libertad, entonces los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los eslabones están en función de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones del eslabón escogido como primario. Si el mecanismo posee varios grados de libertad, entonces los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los eslabones están en función de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los eslabones escogidos como primarios. En este caso el número de eslabones primarios debe ser igual al número de grados de libertad del mecanismo o lo que es lo mismo, igual al número de coordenadas generalizadas del mecanismo.

Para la primera tarea, las relaciones entre las coordenadas de salida del mecanismo x_1, x_2, \dots, x_m están determinadas por las posiciones de los eslabones y las coordenadas de entrada del mecanismo $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$. Para mecanismos con n grados de movilidad, estas funciones pueden ser escritas así:

$$x_s = \Pi_s(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n) \quad (s = 1, 2, \dots, m)$$

La determinación de estas relaciones constituye el *problema de análisis geométrico directo*.

Para un mecanismo con un grado de movilidad las funciones de posición son funciones de una sola variable φ

$$x_s = \Pi_s(\varphi) \quad (s = 1, 2, \dots, m)$$

Miremos en qué forma pueden ser expresadas las leyes de movimiento de los eslabones primarios. Estas leyes de movimiento se denominan *funciones de desplazamiento, velocidades o aceleraciones*.

La *función de desplazamiento* puede ser dada, por ejemplo, en forma analítica como la correspondiente función que relaciona el desplazamiento del eslabón inicial con el tiempo.

Si el eslabón primario forma un junta giratoria con el bastidor (Fig. 4.1a), se expresa la función $\varphi = f(t)$, donde φ es el ángulo de giro del eslabón primario con respecto a un sistema fijo de coordenadas xOy , unido al bastidor y t es el tiempo. Si el eslabón primario forma un junta de desplazamiento con el bastidor (Fig. 4.1b), se expresa la función $s = f(t)$, donde s es el desplazamiento de un punto cualquiera A que pertenece al eslabón primario con respecto a un sistema fijo de coordenadas xOy unido al bastidor y t es el tiempo.

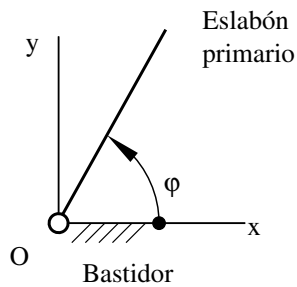


Fig. 4.1a

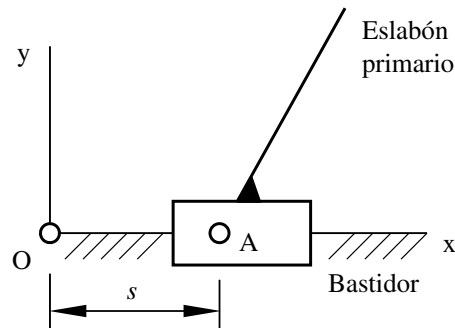
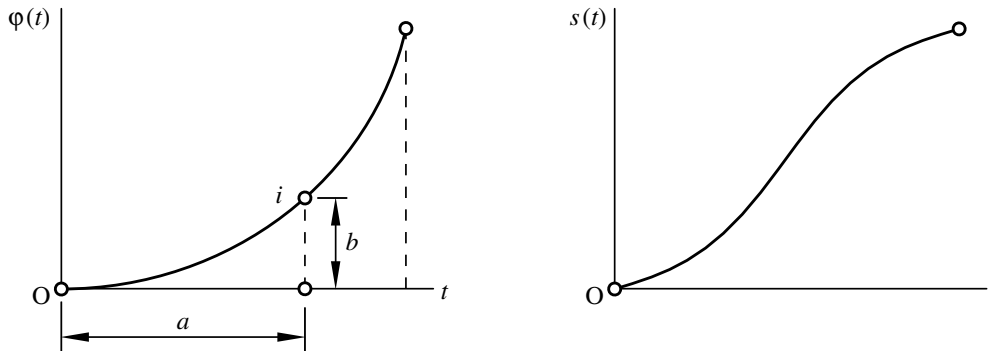


Fig. 4.1b

Las funciones $\varphi = f(t)$ y $s = f(t)$, también pueden estar dadas gráficamente en forma de curvas (Fig. 4.2), donde en el eje de las ordenadas se consignan los ángulos de giro φ (Fig. 4.2a) o los desplazamientos s (Fig. 4.2 b) representados a escala (μ_φ, μ_s) y por el eje de las abscisas se consigna el tiempo en su correspondiente escala μ_t .



1.4.2. DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE LOS ESLABONES DE LOS GRUPOS Y CONSTRUCCIÓN DE LA TRAYECTORIA DESCRITA POR PUNTOS DE LOS ESLABONES DE LOS MECANISMOS.

Para resolver la tarea de la determinación de las posiciones de un mecanismo (plano de posición) es necesario contar con el esquema cinemático del mecanismo y la función de desplazamiento del eslabón primario para los mecanismos con un grado de libertad, o las funciones de desplazamiento para los mecanismos con varios grados de libertad.

Para la determinación de las posiciones del mecanismo se construye el esquema cinemático, el cual se dibuja a una escala escogida con anterioridad. Representaremos, de manera arbitraria, al coeficiente de escala como μ , que corresponde al número de metros del mecanismo natural, que corresponden a un milímetro en el esquema, es decir $1 \text{ mm} \rightarrow \mu$. De esta manera, si se necesita determinar la verdadera longitud de un segmento representado en el esquema, es necesario medir el segmento en milímetros y el resultado de la medición multiplicarlo por el coeficiente de escala μ , el resultado se obtendrá en metros. Si este trabajo se realiza en un sistema de CAD, el coeficiente de escala μ , corresponde al número de metros del mecanismo natural, que corresponden a una unidad de CAD (UnCAD) en el esquema.

Estudiemos el método gráfico de construcción del plano de posición en el ejemplo de un mecanismo de seis eslabones de segunda clase que se muestra en la figura 4.2

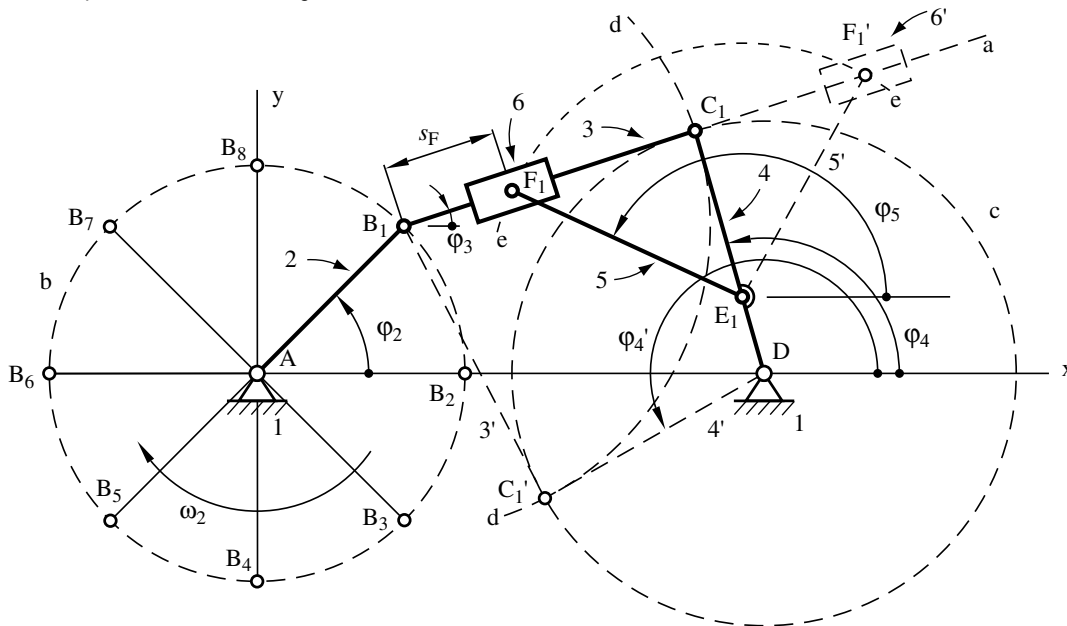


Fig. 4.2

El mecanismo consta del eslabón primario 2, el cual gira alrededor del eje fijo A . El ángulo de giro φ_2 es la coordenada generalizada del mecanismo. El eslabón 3 "entra" en los pares giratorios B_1 y C_1 con el eslabón 2 y el eslabón 4, el cual gira alrededor del eje fijo D . El eslabón 5 "entra" en los pares giratorios E_1 y F_1 con el eslabón 4 y con el deslizador 6, el cual se desliza a lo largo del eje B_1a del eslabón 3.

El orden de construcción del plano de posiciones es el siguiente:

Marcamos en el dibujo (Fig. 4.2) los ejes fijos A y D . Con un radio igual a la longitud del eslabón AB trazamos la circunferencia b , la cual es el lugar geométrico de los puntos B . Sobre esta circunferencia marcamos las posiciones $B_1, B_2, B_3...$ del punto B , para las cuales se requiere determinar las posiciones de todos los eslabones del mecanismo. En la figura 4.2 las construcciones necesarias están hechas para la posición de la manivela AB determinada por el punto B_1 .

Para determinar la posición del punto C_1 trazamos la circunferencia c , que representa el lugar geométrico de los puntos C , y desde el punto B_1 con un radio igual a B_1C_1 trazamos la circunferencia d , la cual es el lugar geométrico de los puntos C . El punto de intersección de las circunferencias c y d determina la posición del punto C_1 .

Después de haber trazado la recta C_1D del eslabón 4 es fácil determinar la posición del punto E . Por consiguiente, para el segundo grupo con dos miembros de arrastre (EF) ya son conocidas las posiciones de los pares cinemáticos de los extremos, es decir, la posición de E y la directriz B_1a .

Queda por determinar la posición de F_1 , lo que puede ser logrado si desde el punto E trazamos la circunferencia e . Entonces la intersección de la circunferencia e con la recta B_1a determina la posición del punto F_1 .

De hecho la tarea de construcción de los planos de posición de los eslabones de un mecanismo de II clase se resume a la determinación en serie de las posiciones de los eslabones de los grupos con dos miembros de arrastre, en los cuales son conocidas las posiciones de los elementos de los pares de los extremos.

De manera general, el orden de construcción del plano de posiciones de un grupo de II clase es como sigue:

Dado el grupo de II clase con tres pares giratorios B, C y D (grupo del primer tipo), mostrado en la Fig. 4.3.

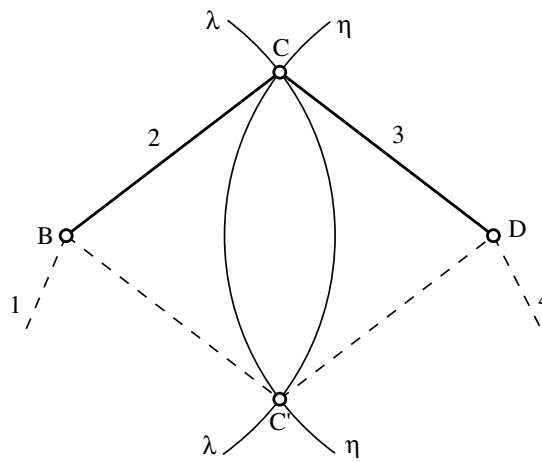


Fig. 4.3

Como se vio anteriormente la posición de los puntos B y D es conocida, ya que los eslabones 2 y 3 con sus elementos extremos B y D "entran" en pares cinemáticos con los eslabones 1 y 4 del mecanismo base y por consiguiente la tarea se resume a determinar la posición del punto C . Separamos la junta en el punto C y observamos el movimiento posible de este punto. Como B ocupa una posición completamente determinada, entonces C , encontrándose a una distancia constante BC del punto B , se puede desplazar únicamente por la circunferencia $\lambda - \lambda$ de radio BC . De la misma manera, como consecuencia de la condición de distancia constante DC , el punto C se puede desplazar alrededor del punto D solamente por la circunferencia $\eta - \eta$ de radio DC . De esta manera el lugar geométrico de las posibles posiciones del punto C son los arcos de circunferencia $\lambda - \lambda$ y $\eta - \eta$. Los puntos de intersección de estas circunferencias representan las verdaderas

posiciones del punto C . En el caso más general dos circunferencias se intersecan en dos puntos dando como resultado los puntos C' y C'' . Debido a que los puntos del mecanismo en movimiento se desplazan por trayectorias continuas, es posible elegir el punto correcto haciendo uso de esta propiedad. Si las circunferencias $\lambda - \lambda$ y $\eta - \eta$ no se intersecan, esto nos indica que con las dimensiones de los eslabones dadas el grupo no puede ser adherido en la posición dada al mecanismo base, y en el caso de que en otras posiciones esa adherencia sí sea posible esto nos indica que el mecanismo no puede ocupar la posición estudiada.

La construcción de los planos de posición de los grupos de II clase con pares de deslizamiento se resuelve de manera análoga, usando el método de los lugares geométricos $\lambda - \lambda$ y $\eta - \eta$.

Para hallar las posiciones de los mecanismos planos de III clase es también posible hacer uso del método de los lugares geométricos. A diferencia de los mecanismos de II clase en los mecanismos de III clase los lugares geométricos pueden ser no sólo circunferencias sino rectas o curvas de órdenes superiores.

Sea, por ejemplo, dado el grupo con tres miembros de arrastre mostrado en la figura 4.5

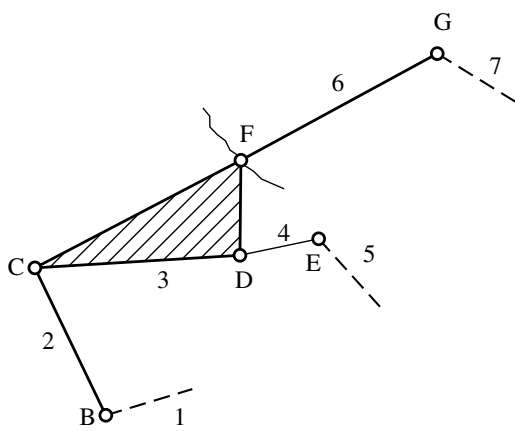


Fig. 4.5a

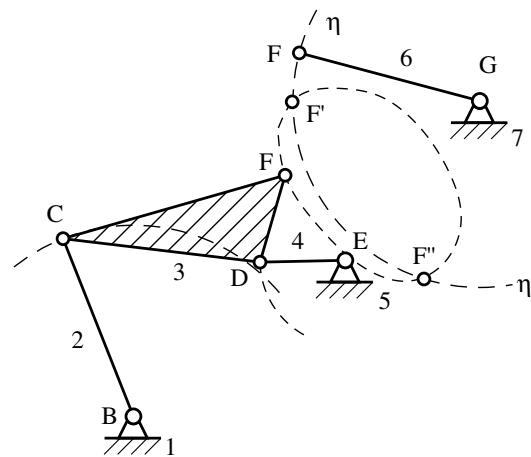


Fig. 4.5b

La posición de los puntos B , E , y G están dadas, ya que el grupo con sus elementos B , E , y G “entra” en pares cinemáticos con los eslabones 1, 5 y 7 del mecanismo base. Se pide determinar la posición de los demás puntos. Como hicimos con los grupos de II clase separamos una de las juntas del triángulo rígido 3, por ejemplo la junta F . Entonces los sistemas de eslabones $BCDE$ y GF adquieren cada uno un grado de libertad y ambos sistemas se convierten en mecanismos independientes si hacemos que los eslabones 1, 5 y 7 se conserven inmóviles. Entonces el sistema $BCDE$ (Fig. 4.5) se convierte en un mecanismo de II clase mientras que el sistema GF en un mecanismo de I clase, ambos con un grado de libertad. Construimos la trayectoria $\lambda - \lambda$ del punto F , perteneciente al acoplador CD del mecanismo de cuatro barras $BCDE$, la cual se denomina *curva de acoplador*. Después construimos la trayectoria $\eta - \eta$ del punto F del eslabón GF (circunferencia de radio GF). De ese modo el lugar geométrico de las posibles posiciones del punto F son la curva $\lambda - \lambda$ y la circunferencia $\eta - \eta$. Los puntos de intersección F' y F'' de estos dos lugares geométricos son las posibles posiciones del punto F . Puesto que las curvas de acoplador pueden ser curvas de grado superior, en el caso general podemos obtener varios puntos de intersección de esta curva con la circunferencia. Para determinar cuál es el punto verdadero se hace necesario utilizar la propiedad de continuidad de la trayectoria del punto F durante el movimiento del grupo. Después de determinar la verdadera posición del punto F se puede construir la posición de los demás eslabones del mecanismo. Por medio del método de separación de juntas es posible determinar la posición de los puntos de cualquier mecanismo de III clase.

Si han sido halladas las posiciones de los eslabones del mecanismo para una cantidad suficientemente representativa de posiciones del eslabón primario, es posible construir la trayectoria descrita por diferentes puntos del mecanismo.

Supongamos que se pide construir la trayectoria del punto E del mecanismo de cuatro barras (Fig. 4.6).

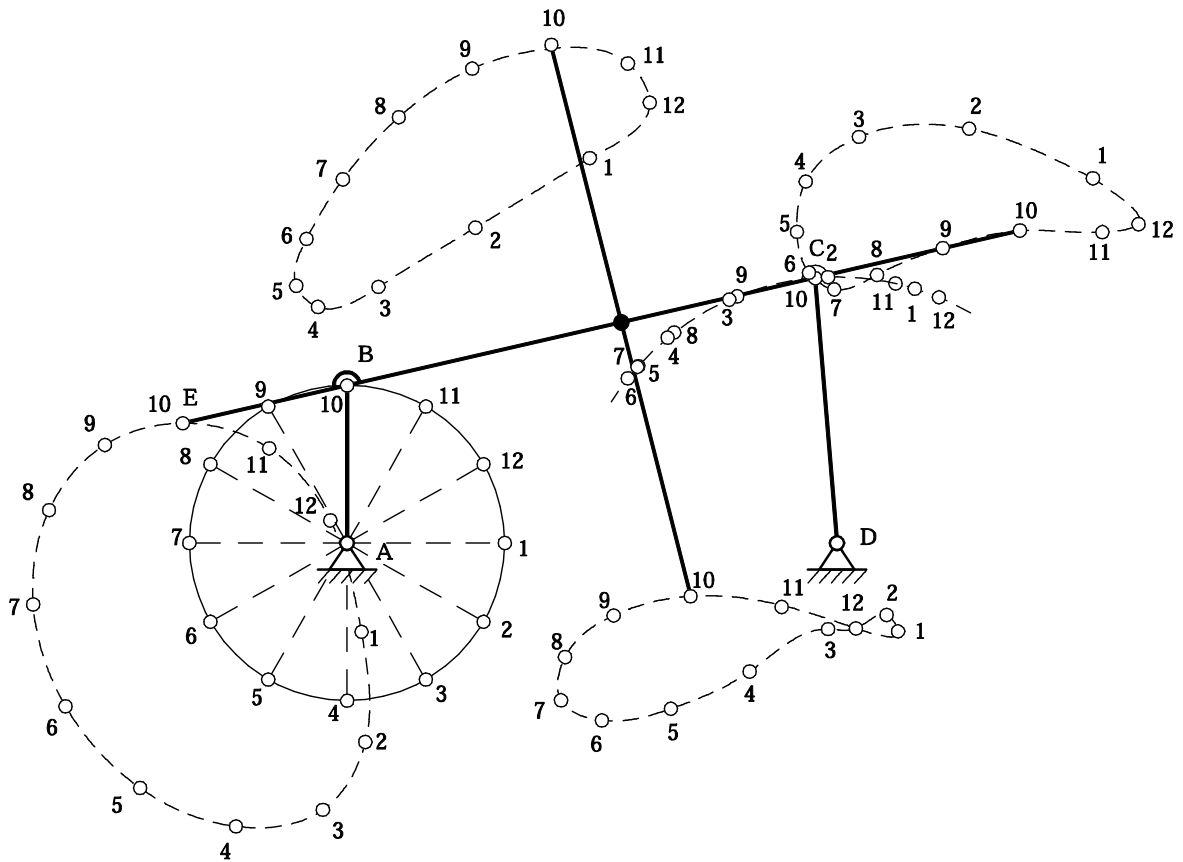


Fig. 4.6

Dividimos la trayectoria del punto B en 12 partes iguales y encontramos las posiciones correspondientes del punto C . Uniendo en cada posición los puntos B y C encontramos en el eslabón BC la posición del punto E . Trazando una curva suave los posiciones sucesivas del punto E obtenemos la trayectoria del punto E .

Además de la trayectoria del punto E en el dibujo se muestran las trayectorias de otros puntos del acoplador BC .

Como se dijo anteriormente la trayectoria de los puntos pertenecientes al acoplador se denominan *curvas de acoplador*. Las curvas de acoplador se usan para reproducir el movimiento de los órganos de trabajo de distintas máquinas y mecanismos. Por ejemplo, en el mecanismo de la máquina para voltear el heno con el objeto de orearlo (Fig. 4.7) , en la máquina de amasar (Fig. 4.8), etc.

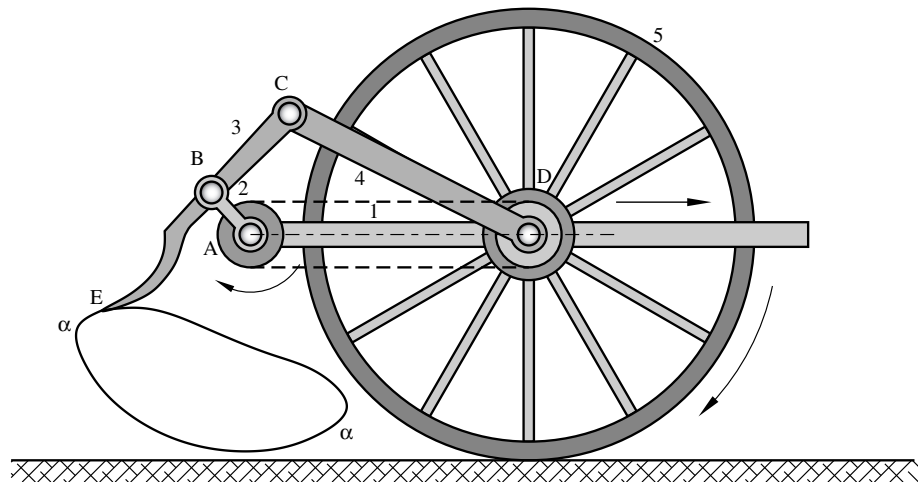


Fig. 4.7

Las curvas de acoplador del mecanismo de cuatro barras de forma general (Fig. 4.6) son curvas algebraicas de sexto orden.
 Las curvas de acoplador de los mecanismo de manivela - deslizador son curvas de cuarto grado.

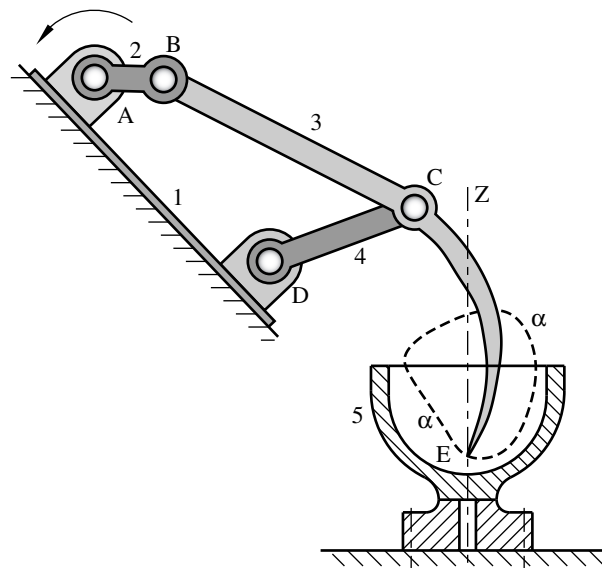


Fig. 4.8

Ejemplo: Se pide construir el plano de posición del mecanismo de un motor de combustión interna (Fig. 4.9 a), para la posición en la cual el eslabón primario AB forma un ángulo $\varphi_1 = 45^\circ$ con el eje Ax . Las medidas del mecanismo son: $l_{AB} = 0,050 \text{ m}$, $l_{BC} = l_{DE} = 0,200 \text{ m}$, $l_{BD} = 0,040 \text{ m}$, $l_{CD} = 0,180 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$, $\delta = 60^\circ$.

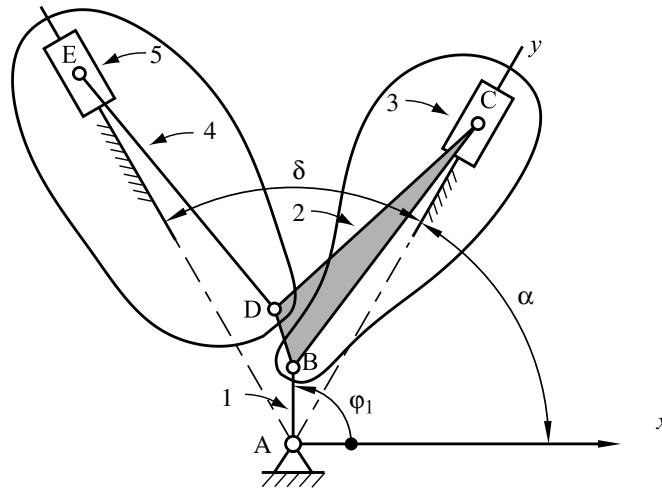


Fig. 4.9 a

Solución :

1) Estructura del mecanismo

Número de eslabones del mecanismo $k = 6$,
 Número de eslabones móviles $n = k - 1 = 5$,
 Número de pares cinemáticos de V clase $p_V = 7$
 Número de grados de libertad $W = 3n - 2p_V = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$

El mecanismo se compone de un mecanismo primario y dos grupos de Assur de II clase, compuestos por los eslabones 4,5 y 2,3. La fórmula de construcción del mecanismo puede ser escrita así: $I_1^R \rightarrow II_{2,3}^{RRP} \rightarrow II_{4,5}^{RRP}$

- 2) El eslabón primario fue determinado en las condiciones del problema y es AB .
- 3) Marcamos en el dibujo la posición de los pares cinemáticos inmóviles: El apoyo giratorio A y las directrices de los dos apoyos deslizantes Ay y Az . (Fig. 4.9 b).

Escogemos la longitud del segmento AB , la cual representa en el dibujo la longitud del eslabón primario, arbitrariamente igual a 25 mm. Entonces el coeficiente de escala del esquema es:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,050}{25} = 0,002 \frac{m}{mm}.$$

Si se usa un sistema CAD el plano de posición se puede construir en escala "natural", es decir la escala sería

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,050}{0,050} = 1 \frac{m}{UnCAD}.$$

Dibujamos la posición del eslabón primario bajo un ángulo $\varphi_1 = 45^\circ$ con el eje Ax .

4) Calculamos la longitud de los segmentos BC , BD , CD , DE :

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,200}{0,002} = 100 \text{ mm}, \quad BD = \frac{l_{BD}}{\mu_l} = \frac{0,040}{0,002} = 20 \text{ mm}$$

$$CD = \frac{l_{CD}}{\mu_l} = \frac{0,180}{0,002} = 90 \text{ mm}, \quad DE = \frac{l_{DE}}{\mu_l} = \frac{0,200}{0,002} = 100 \text{ mm}$$

En el caso de usarse un sistema CAD

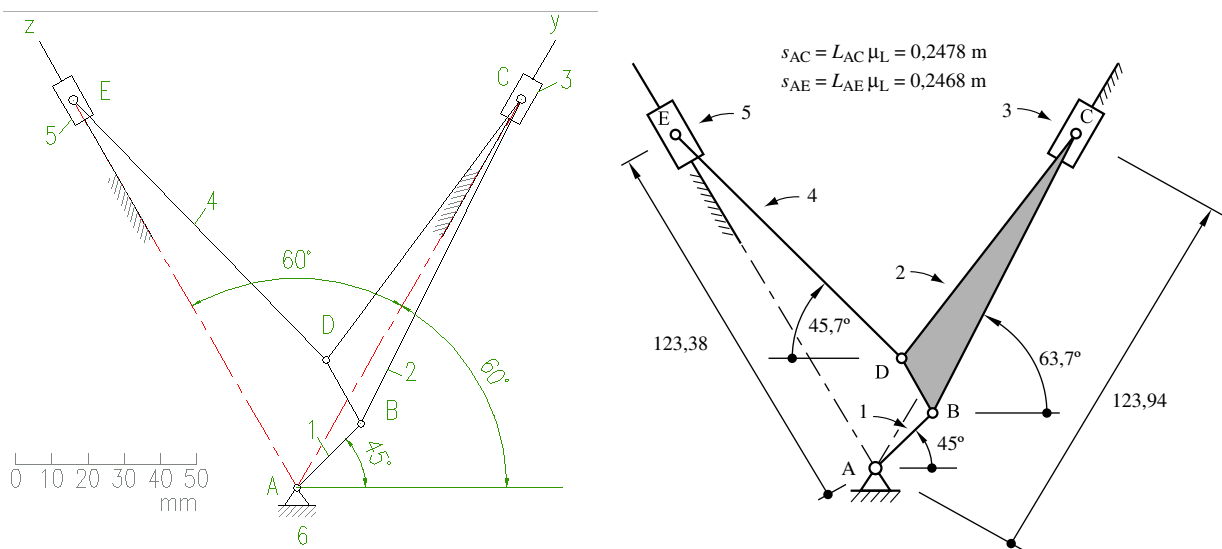
$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,200}{1} = 0,200 \text{ UnCAD}, \quad BD = \frac{l_{BD}}{\mu_l} = \frac{0,040}{1} = 0,040 \text{ UnCAD}$$

$$CD = \frac{l_{CD}}{\mu_l} = \frac{0,180}{1} = 0,180 \text{ UnCAD}, \quad DE = \frac{l_{DE}}{\mu_l} = \frac{0,200}{1} = 0,200 \text{ UnCAD}$$

Construimos la posición del grupo compuesto de los eslabones 2,3. Desde el punto B trazamos una circunferencia de radio BC hasta la intersección con la línea Ay , de esta manera encontramos la posición del punto C . Con esto queda construida la posición del grupo compuesto por los eslabones 2,3.

Sobre el lado BC construimos el triángulo BDC . Para esto trazamos una circunferencia de radio CD con centro en C y una segunda circunferencia de radio BD con centro en B . La intersección de estas dos nos mostrará la posición de D .

La posición del grupo compuesto por los eslabones 4,5 se construye de manera análoga teniendo conocidas la posición de B y la directriz Az . El plano de posición completo puede apreciarse en la siguiente figura



BIBLIOGRAFÍA

- Artobolevski I.I.** Teoría de mecanismos y máquinas. Moscú. Nauka 1988
Kozhevnikov S.N. Mecanismos. Barcelona. Gustavo Gili S.A. 1975
Norton R.L. Diseño de Maquinaria. México D.F. McGraw-Hill 1995